

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE
BACHILLERATO
206 MATEMÁTICAS II. JUNIO 2019

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas.

A.1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = a \\ ax + y + z = a+3 \end{cases}$$

- [1 p.]** Determine para qué valores de a el sistema tiene solución única. Si es posible, calcule dicha solución para $a = 0$.
- [1 p.]** Determine para qué valor de a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.
- [0,5 p.]** Determine para qué valor de a el sistema no tiene solución.

A.2: a) **[1,5 p.]** Calcule la integral indefinida $\int x^2 \cos x \, dx$.

- [1 p.]** Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales $x = 0$ y $x = \pi$, y la gráfica de la función $f(x) = x^2 \cos x$.

A.3: Los puntos $A = (3,0,0)$, $B = (0,3,0)$ y $C = (0,0,3)$ son tres de los vértices de un tetraedro. El cuarto vértice D está contenido en la recta r que pasa por el punto $P = (1,1,1)$ y es perpendicular al plano π que contiene a los puntos A , B y C .

- [0,5 p.]** Calcule la ecuación del plano que contiene a los puntos A , B y C .
- [0,5 p.]** Calcule la ecuación de la recta r que pasa por el punto $P = (1,1,1)$ y es perpendicular al plano π .
- [1,5 p.]** Calcule las coordenadas del vértice D sabiendo que el volumen del tetraedro es 18.

A.4: (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

El tiempo de duración de las bombillas de una cierta marca, medido en horas, sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ . Se sabe que el 69,50% de las bombillas duran menos de 5061,2 horas, y que el 16,60% de de las bombillas duran más de 5116,4 horas.

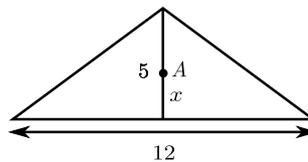
- [1 p.]** ¿Cuál es la probabilidad de que una bombilla de esta marca dure entre 5061,2 y 5116,4 horas?
- [1,5 p.]** Calcule la media y la desviación típica de esta distribución normal.

OPCIÓN B: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas.

B.1: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- [1 p.]** Calcule las potencias sucesivas A^2 , A^3 y A^4 .
- [0,5 p.]** Calcule la expresión general de A^n para cualquier valor de $n \in \mathbb{N}$.
- [1 p.]** Determine si existe la inversa de A . En caso afirmativo, calcúlela.

B.2: Considere un triángulo isósceles cuya base de 12 cm es el lado desigual y cuya altura es de 5 cm. Se quiere determinar un punto A situado sobre la altura a una distancia x de la base de manera que la suma de las distancias del punto A a los tres vértices del triángulo sea mínima. Observe la figura:



- [0,5 p.]** Demuestre que la suma de las distancias del punto A a los tres vértices del triángulo viene dada por la expresión $f(x) = 5 - x + 2\sqrt{x^2 + 36}$.
- [1,5 p.]** Calcule el valor de x para que la suma de las distancias sea mínima.
- [0,5 p.]** Calcule dicha cantidad mínima.

B.3: Considere las siguientes rectas:

$$r: \frac{x-5}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+1}{1}$$

$$s: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$$

- [1 p.]** Estudie la posición relativa de ambas rectas.
- [1,5 p.]** En caso de que las rectas se corten, calcule el plano que las contiene y el ángulo que forman ambas rectas. En caso de que las rectas se crucen, calcule la perpendicular común a ambas rectas.

B.4: (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

La probabilidad de que un determinado equipo de fútbol gane cuando juega en casa es $\frac{2}{3}$, y la probabilidad de que gane cuando juega fuera es $\frac{2}{5}$.

- [1 p.]** Sin saber dónde jugará el próximo partido, calcule la probabilidad de que gane.
- [1,5 p.]** Si ganó el último partido del campeonato, ¿cuál es la probabilidad de que jugara en casa?

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE
BACHILLERATO

206 MATEMÁTICAS II. JUNIO 2019

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

OBSERVACIONES PARTICULARES:**OPCIÓN A****CUESTIÓN A.1:** [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que el sistema tiene solución única (SCD) para todo valor de a distinto de 1 y de -2 [0,5 puntos]. Cálculo correcto de esa solución única cuando $a = 0$ [0,5 puntos].

Apartado b) Justificación correcta y razonada de que el sistema tiene infinitas soluciones (SCI) cuando $a = -2$ [0,5 puntos]. Cálculo correcto de dicha solución dependiente de un parámetro [0,5 puntos].

Apartado c) Justificación correcta y razonada de que el sistema no tiene solución (SI) cuando $a = 1$ [0,5 puntos].

CUESTIÓN A.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1,5 puntos].

Apartado b) Cálculo correcto del área, estudiando el signo de la función $f(x)$ y aplicando la regla de Barrow [1 punto].

CUESTIÓN A.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y razonado de la ecuación del plano [0,5 puntos].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de la ecuación de la recta [0,5 puntos].

Apartado c) Cálculo correcto y razonado del punto D [1,5 puntos].

CUESTIÓN A.4: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la media [0,75 puntos] y de la desviación típica [0,75 puntos].

OPCIÓN B

CUESTIÓN B.1: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto de A^2 [0,5 puntos]. Cálculo correcto de A^3 [0,25 puntos]. Cálculo correcto de A^4 [0,25 puntos].

Apartado b) Identificación de la expresión general de A^n para un valor genérico de n [0,5 puntos].

Apartado c) Justificación de que la matriz A es invertible [0,25 puntos]. Cálculo correcto de la matriz inversa [0,75 puntos].

CUESTIÓN B.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de la expresión de $f(x)$ [0,5 puntos].

Apartado b) Cálculo correcto de la derivada de la función [0,5 puntos]. Cálculo correcto del punto crítico de la función a minimizar (y candidato a ser mínimo) [0,5 puntos]. Justificación de que se trata de un punto de mínimo [0,5 puntos].

Apartado c) Cálculo del valor mínimo [0,5 puntos].

CUESTIÓN B.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que las rectas se cruzan [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de la perpendicular común a ambas rectas [1,5 puntos].

CUESTIÓN B.4: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1,5 puntos].